



მაგიდა № 18

26.04.2015/ მათ/IV/ 710

ამოცანა №

4

გვერდი №

1

$$(x^2 - 1) p(x) = (x^2 + 2x) p(x-2)$$

$$(x-2)(x-1) p(x) = x(x+2) p(x-2)$$

$$x=2 \Rightarrow 2-4 p(0) = 0 \Rightarrow p(0) = 0$$

$$x=0 \Rightarrow p(0) = 0 \Rightarrow p'(x) = x \cdot p'(x)$$

⇐

$$(x-2)(x-4) p(x) \cdot p'(x) = x(x+2)(x-2) p'(x-2)$$

$x \neq 2$ ; ორივე მხარე გავყოფით,  $x(x-2)$   
მოკლავთ

$$(x-4) p'(x) = (x+2) p'(x-2) \quad \neq \text{ყველაზე}$$

სხვა მხარე უნდა გავყოფით  $x-1$  მხარე

$$(x-4) p'(x) - (x+2) p'(x-2) = 0 \quad \neq$$

$p'(x)$  არ არის მუდმივი, ამ გასაყოფად

ესი გზის უნდა გავყოფით  $x-1$  მხარე  
შეიძლება  $p''(x) = 0$  ჰქონდეს, თუ  $p''(x) \neq 0$ .



შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი  
შესარჩევი ტურები მათემატიკის 56-ე საერთაშორისო  
ოლიმპიადისათვის

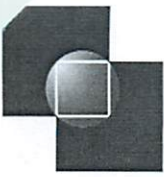
მაგიდა № 198

26.04.2015/ მათ/IV/ 710

ამოცანა № 4

გვერდი № 2

$p$  სხვა სხვა ანაღ 2L აქვს რაციონალური  
 სიხშირისი ფუნქციონი  $\Rightarrow p'(x) \geq 0 \Rightarrow (1)$   
 $\Rightarrow (x-4)p'(x) \geq (x+2)p'(x-2)$ . ნებისმიერი  $x$ -ისთვის.  
 $x=2$ .  $-6 p'(\frac{3}{2}) \geq 0 \Rightarrow p'(-2) \geq 0 \Rightarrow p'(x) \geq (x+2)p'(2)$   
 $\Leftarrow$   
 $(x+2)p''(x)(x-4) \geq (x+2)x p''(x-2)$   $x \neq -2$ .  
 $p''(x)(x-4) \geq p''(\frac{x-2}{x})x$  ნებისმიერ ნებისმიერ  $x$ -ისთვის  
 $(1)$   $x=0 \Rightarrow p''(x)(x-4) \geq p''(x-2)x$ .  $x=0$ .  
 $-4 p''(x) \geq 0 \Rightarrow p''(x) \geq p''(x) \cdot x$ .  
 $\Leftarrow$   
 $p'''(x) \cdot x \cdot (x-4) \geq p'''(x-2) \cdot x \cdot (x-2)$   $x \neq 0$ .  
 ნებისმიერ ნებისმიერ  $x$ -ისთვის  $\Leftarrow$   
 $p'''(x) \cdot (x-4) \geq p'''(x-2) \cdot (x-2) \Rightarrow$   
 $\Rightarrow$  (2)  
 $p'''(x) \cdot (x-4) \geq p'''(x-2) \cdot (x-2)$   $x=2$ .  
 $p'''(2) \geq 0 \Rightarrow p'''(2) \geq -2 \cdot 0 \Rightarrow$   
 $p'''(x) \geq p'''(x) \cdot (x-2) \Rightarrow$



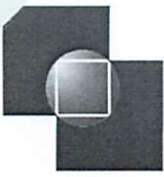
მაგიდა № 19

26.04.2015/ მათ/IV/ 710

ამოცანა № 4

გვერდი № 3

$\Rightarrow p'''(x) \cdot (x-2) \cdot (x-4) = (x-2) \cdot (x-4) p'''(x-2)$   
 $p'''(x) = p'''(x-2)$  ყველგან ზღვრის  $x-1$  სივრცეში  
 (1)  
 $\Downarrow$   
 $p'''(x) = p'''(x-2) \Rightarrow p'''(x)$  არის მუდმივი.  
 $\Downarrow$   
 $p'''(x) = p'''(x-2)$  მუდმივი  $= k$ .  
 $p(x) = x p'(x) = x(x+2) p''(x) = x^2(x+2)(p'''(x)) =$   
 $= x^2(x+2)(x-2) p'''(x) = x^2(x+2)(x-2) k$ .  
 $p(x) = x^2(x+2)(x-2) k$ . აქვს ერთი და იგივე ფორმის  
 (მაგნიტა  $x^2(x-2)^2(x+2)(x-2) k = x^2(x-2)^2(x+2)(x-2) k$   
~~სივრცე~~  
 სივრცე:  $p(x) = x^2(x+2)(x-2) k$   
 სივრცე  $k \in \mathbb{R}$ . - const 13.



შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი  
შესარჩევი ტურები მათემატიკის 56-ე საერთაშორისო  
ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 19

26.04.2015/ მათ/IV/ 710

ამოცანა №

4

გვერდი №

4.

ამ ამოცანის შემსრულებელი (1) პირი  
მა ვაქცელ, რომ თუ  $P(x) = G(x)$   
ყალბი პირობები გვაქვს  $x$ -ისთვის (თუ  $x$  არაა  
 $P(x) = G(x)$  ყველა  $x$ -ისთვის.



მაგიდა № 18

26.04.2015/ მათ/IV/ 710

ამოცანა №

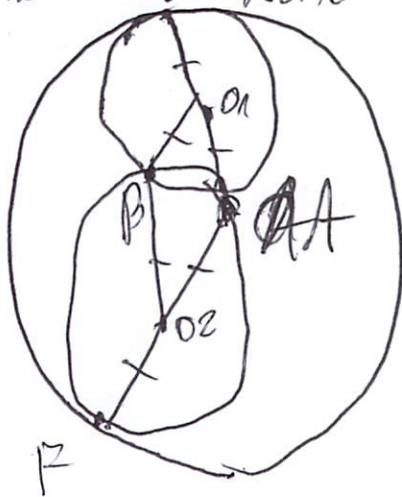
5

გვერდი №

1

განვიხილოთ  $\triangle ABC$  და  $\triangle AED$  და  
დავუშვათ, რომ  $\angle A = \angle D$ .

$BE$  და  $BF$  წიგნები ვიკეთებ.  
წიგნების,  $\angle ABE = \angle DBF$  და  $\angle BAE = \angle BDF$   
წიგნები და  $\triangle ABE \sim \triangle DBF$ .  
დავუშვათ, რომ  $\angle ABE = \angle DBF$ .  
 $E$  და  $F$  წიგნები ავთავსოთ ამავე  
ხაზზე.  $E$  და  $F$  ვიკეთებ ახალი წიგნები.



$$\angle BAE = \angle BDF = \frac{\alpha}{2}$$

$$\begin{aligned} & \angle BAE = \angle BDF \\ & \angle BAE = \angle BDF \\ & \angle BAE = \angle BDF \end{aligned} \Rightarrow \triangle ABE \sim \triangle DBF$$

1



მაგიდა № 18

26.04.2015/ მათ/IV/ 710

ამოცანა №

5

გვერდი №

2

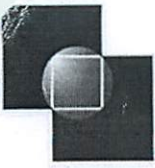
ამას  $EP$ -ის მახასიათებელი ჰყავს.  
მიუხედავად  $EA(0; \frac{x}{2})$  და  $(0; \frac{x}{2})$  ნიშნის  
ქონის. ~~ჩვენ~~  $BA$  და  $CB$   $C(0; x)$  უკვე  
 $CD$  ნიშნის ჰყავს უკვე  $A$  ნიშნის.

$\Downarrow$

$B$   $CD$  ნიშნის,

$\Downarrow$

$CD$   ~~$EP$~~   $EP$  ის მახასიათებელი  
უკვე.



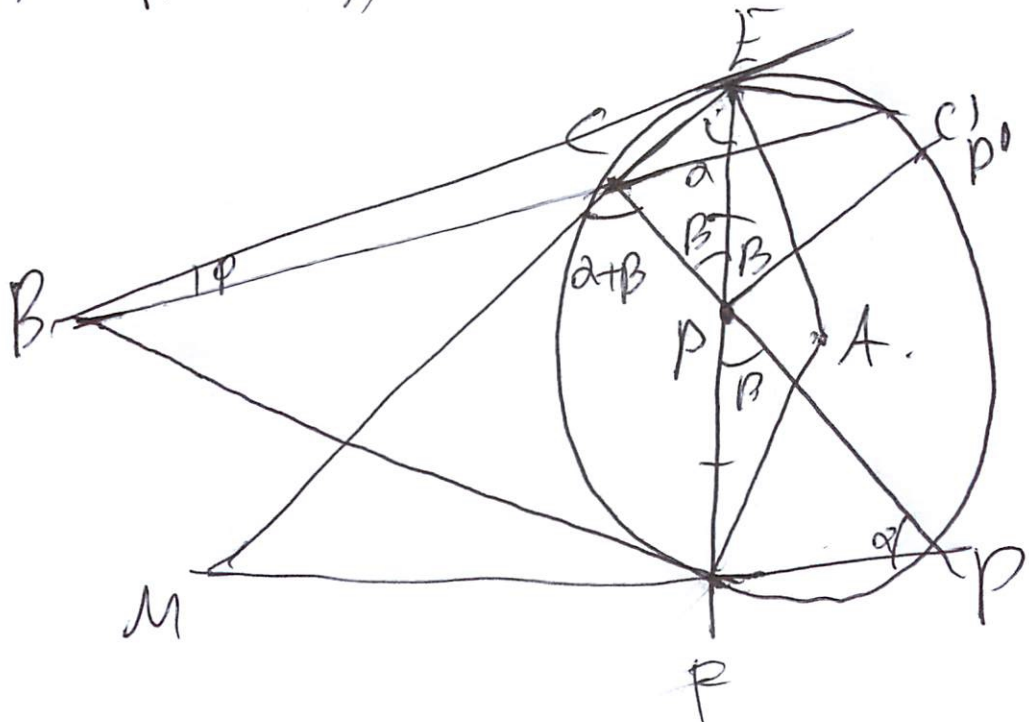
მაგიდა № 18

26.04.2015/ მათ/IV/ 710

ამოცანა № 5

გვერდი № 3

ქვემოთხეიანი რკინი მახშ.

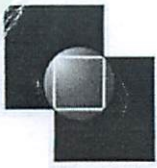


M.P. მაშ.  $\angle CBR = \angle CMF$

$$\left. \begin{aligned} \angle CBR &= 180 - \overset{\frown}{EF} - \phi \\ \angle EMP &= 180 - 2\alpha - \beta \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} &\Rightarrow \text{M.P. } \overset{\frown}{EF} + \phi = 2\alpha + \beta \Rightarrow \\ &\Rightarrow \overset{\text{M.P.}}{\overset{\frown}{EF} + \phi = \overset{\frown}{CP} + \beta} \Rightarrow \text{M.P. } \overset{\frown}{CE} + \phi = \beta \Rightarrow \text{M.P.} \end{aligned}$$

3



მაგიდა № 18

26.04.2015/ მათ/IV/ 710

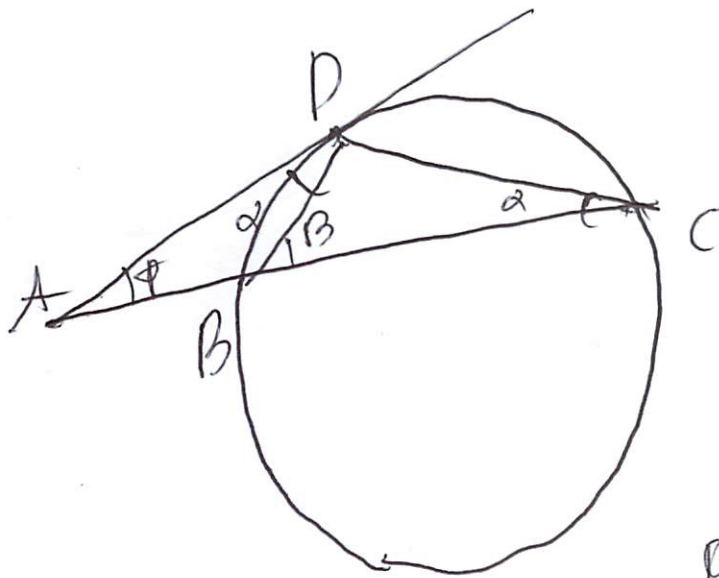
ამოცანა №

5

გვერდი №

4

მ.რ.  $\varphi = \frac{PD - CE}{2}$      $\varphi = \frac{EC' - CE}{2}$     სპგნ.



$$\angle APB = \angle PCA$$

$$\begin{aligned} 2 \angle DAB + \angle APB &= \\ &= \angle PBC. \end{aligned}$$

$$\Downarrow$$

$$p = \frac{PC - PB}{2}$$

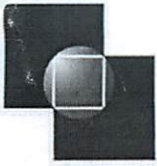
$$\Downarrow$$

მ.რ.  $PD = EC' \Rightarrow P \neq P'$

დასაბუთებთ, რომ. სამკუთხედო  $EP' = EP \Rightarrow$

$$\Rightarrow) \text{მ.რ. } b' = c'$$





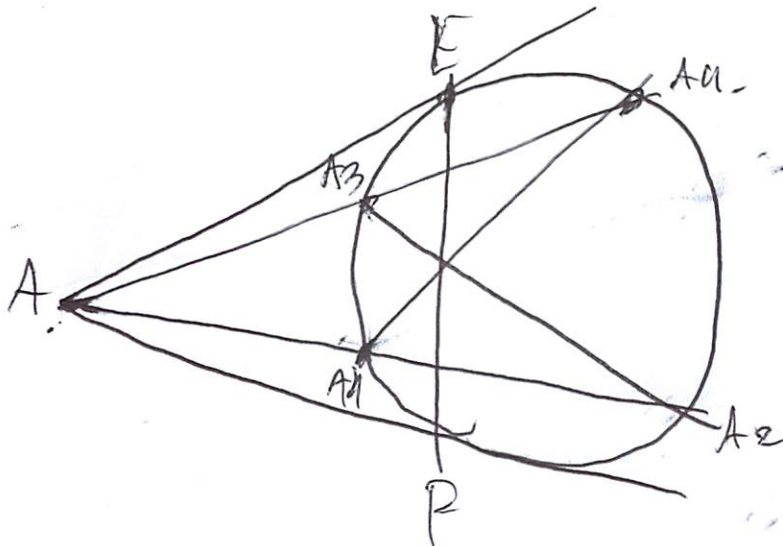
მაგიდა № 18

26.04.2015/ მათ/IV/ 710

ამოცანა № 5

გვერდი № 5

ახსენებთ ამ თეორემას, (1)



ჩვენს შემთხვევაში ეს თეორემა გამოიყენება  $A_1A_4$ .

მნიშვნელოვანია ის, რომ  $A_3, A_2$  და  $A_1, E, P$  არიან

საერთო პირდაპირსა და  $A_1, E, P$  არიან

საერთო პირდაპირსა და  $A_1, E, P$  არიან  
საერთო პირდაპირსა და  $A_1, E, P$  არიან



მაგიდა № 118

26.04.2015/ მათ/IV/ 710

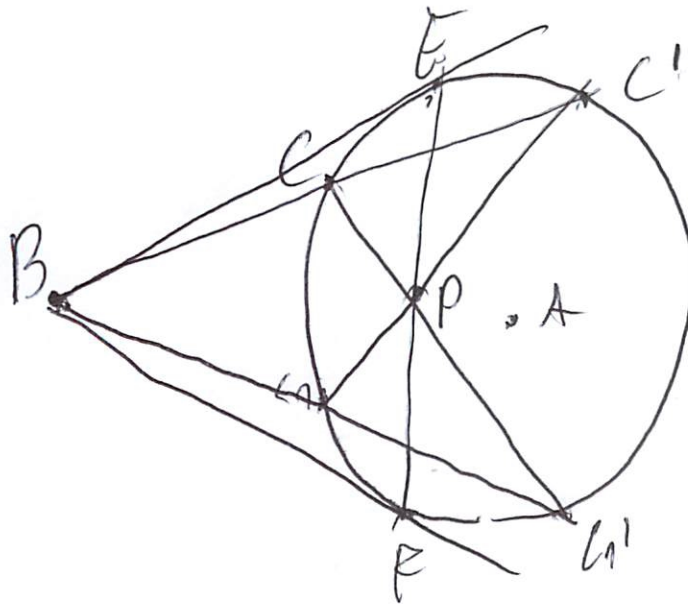
ამოცანა №

5

გვერდი №

6.

გამოვიხეიოთ ეს თეორემა ასე.



საკლები  
BA ნახვალ  
შიაჩი C-C ნიბეჭეტი  
C<sub>1</sub> ნიბეჭეტი  
აქონ აკონ ზუსთ, კონ.

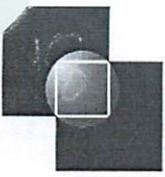
$CC_1' \perp CC'$  იქონა  $EP \perp FP$ .

ნიბეჭეტი.  $EP = PF$   $\perp$   $PC_1' = EC_1' \Rightarrow$

$\Rightarrow$

$C_1' = D$

$\overline{EC_1'} = \overline{PD}$  h.p.g.



შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი  
შესარჩევი ტურები მათემატიკის 56-ე საერთაშორისო  
ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 18

26.04.2015/ მათ/IV/ 710

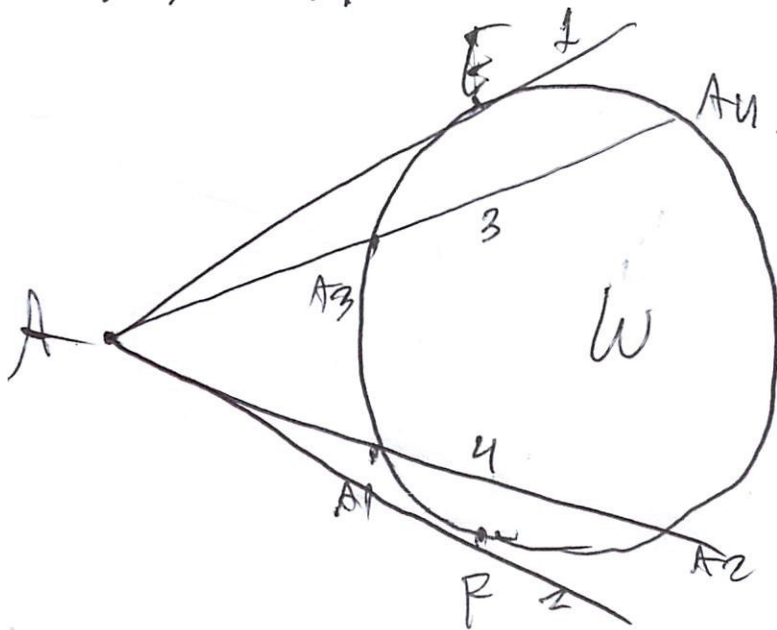
ამოცანა №

5

გვერდი №

7.

იპყნ. ყოველივე მათემატიკის ვარჯიში  
სული (1) თანხა. (სადაც არ ვიხ  
ქმე თანხა).



განვიხილოთ შემთხვევა, რომელიც  $W$  ნიშნავს.

გვეთვინოთ, სავსე  $W_1$  ნიშნავს რა  
A ნიშნავს, რომელიც ნიშნავს. რამე.

ნიშნავს რომელიც  $\sqrt{}$  ნიშნავს ვარჯიში რა  
სავსე რომ A  $W$  ნიშნავს. ნიშნავს  
ნიშნავს, რომ არ ნიშნავს.

7.



შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი  
შესარჩევი ტურები მათემატიკის 56-ე საერთაშორისო  
ოლიმპიადისათვის

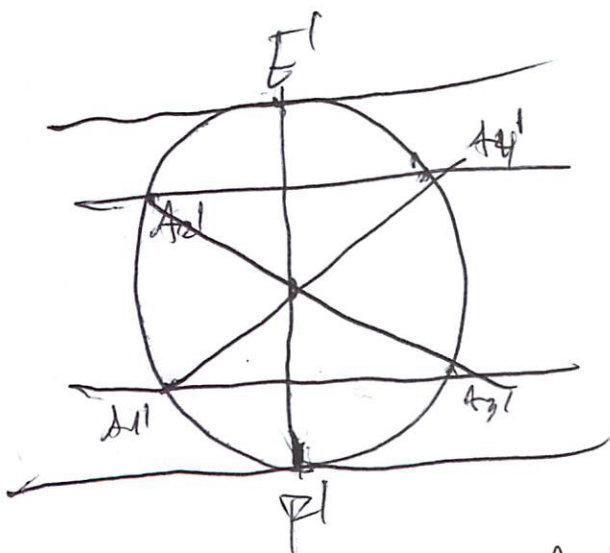
მაგიდა № 10

26.04.2015/ მათ/IV/ 710

ამოცანა № 5

გვერდი № 8.

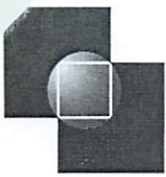
შენიშნ. მიუხედავად მსახურისა  $1$   $2$   $3$   $4$  ხსენებ  
 $1$   $2$   $3$   $4$   $A$   $B$   $C$   $D$   $E$   
 $2$   $1$   $2$  - სხვა მსახურისა  $B$   $C$   $D$   $E$   
 $3$   $4$   $1$   $2$   $3$   $4$   $A$   $B$   $C$   $D$   $E$   
 $4$   $1$   $2$   $3$   $4$   $A$   $B$   $C$   $D$   $E$



$A_1 A_2 A_3 A_4$   
 $A_1 A_2 A_3 A_4$   
 $A_1 A_2 A_3 A_4$   
 $A_1 A_2 A_3 A_4$

სხვა  
 $1$   $2$   $3$   $4$

$A_1 A_2 A_3 A_4$   $A_1 A_2 A_3 A_4$   
 $A_1 A_2 A_3 A_4$   $A_1 A_2 A_3 A_4$   
 $A_1 A_2 A_3 A_4$   $A_1 A_2 A_3 A_4$



შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი  
შესარჩევი ტურები მათემატიკის 56-ე საერთაშორისო  
ოლიმპიადისათვის

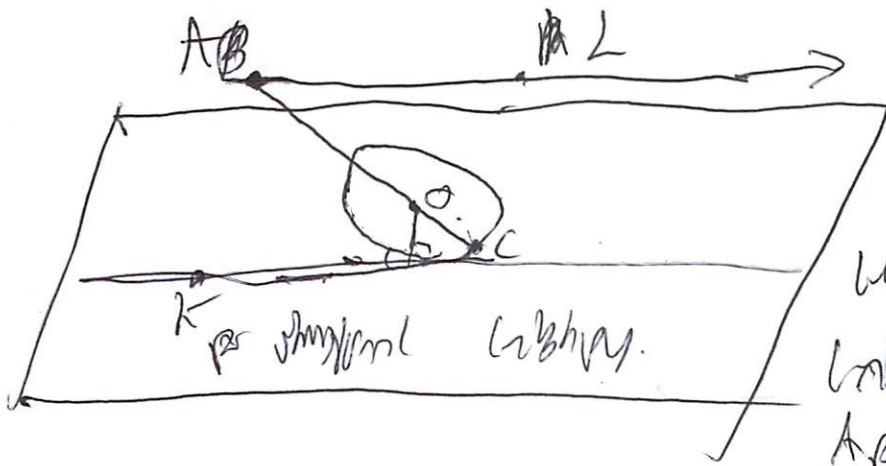
მაგიდა № 18

26.04.2015/ მათ/IV/ 710

ამოცანა № 5

გვერდი № 9

AC, რომელიც  
მედიანაა და  
გზავს კუთხოვანი  
საზომს  $\alpha$ .  
მედიანა  
და  
კუთხოვანი  
საზომს  $\alpha$ .  
მედიანა  
და  
კუთხოვანი  
საზომს  $\alpha$ .



AC-ს და  
საზომს  $\alpha$  შედგენს  
საზომს  $\alpha$ .  
AD-ს და  
საზომს  $\alpha$ .

და AC-ს და  
საზომს  $\alpha$  შედგენს  
საზომს  $\alpha$ .  
AD-ს და  
საზომს  $\alpha$ .  
AC-ს და  
საზომს  $\alpha$  შედგენს  
საზომს  $\alpha$ .  
AD-ს და  
საზომს  $\alpha$ .

9



შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი  
შესარჩევი ტურები მათემატიკის 56-ე საერთაშორისო  
ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 18


26.04.2015/ მათ/IV/ 710

ამოცანა № 5

გვერდი № 10

მკურნევი ნეპ ნეპ ემსავსება ნეპრალ ნეპრალ.  
 ისინი მათემატიკის კლასიკურად ვინ.

ყველა W ნეპრალ C რა მკურნევი  
 კარგად მია სრულ ეროვნული =>

საქონ. ზე ||   
 კარგად მია მათემატიკის L ვინ

AL ნეპრალ ძველი ნეპრალ ვინ კარგად  
 ეროვნული სრულ სრულ. W ნეპრალ ვინ  
 ნეპრალ ვინ ვინ.

~~ნეპრალ მათემატიკის ვინ ნეპრალ  
 ვინ ვინ ვინ ვინ ვინ  
 ვინ ვინ ვინ ვინ~~